

## Вправи

1. Знайти матрицю обернену до даної матриці:

<b>1.</b>	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	<b>2.</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$	<b>3.</b>	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & 7 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$	<b>4.</b>	$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
<b>5.</b>	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \\ -3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$	<b>6.</b>	$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 \\ -1 & 1 & 3 \\ 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	<b>7.</b>	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & 2 \\ 6 & 0 & 5 \end{pmatrix}$	<b>8.</b>	$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \\ -1 & 7 & -2 \end{pmatrix}$
<b>9.</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 7 \end{pmatrix}$	<b>10.</b>	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 5 \\ -3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$	<b>11.</b>	$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ 4 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$	<b>12.</b>	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
<b>13.</b>	$\begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 \\ -4 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	<b>14.</b>	$\begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ -3 & 7 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	<b>15.</b>	$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	<b>16.</b>	$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
<b>17.</b>	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -4 \\ 0 & 5 & 7 \end{pmatrix}$	<b>18.</b>	$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	<b>19.</b>	$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	<b>20.</b>	$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$
<b>21.</b>	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	<b>22.</b>	$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \\ 6 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	<b>23.</b>	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 0 \\ 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	<b>24.</b>	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
<b>25.</b>	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	<b>26.</b>	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 6 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	<b>27.</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 5 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	<b>28.</b>	$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$
<b>29.</b>	$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	<b>30.</b>	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$				

## Відповіді

1.  $\begin{vmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -74 \neq 0$ , тому обернена матриця існує.

Обчислимо алгебраїчні доповнення:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -10; \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -8; \quad A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 5;$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = -22; \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 12; \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -26;$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 6; \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = -10; \quad A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = -3.$$

Запишемо обернену матрицю:  $A^{-1} = -\frac{1}{74} \cdot \begin{pmatrix} -10 & -8 & 5 \\ -22 & 12 & -26 \\ 6 & -10 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{37} & \frac{4}{37} & -\frac{5}{74} \\ \frac{11}{37} & -\frac{6}{37} & \frac{13}{37} \\ -\frac{3}{37} & \frac{5}{37} & \frac{3}{74} \end{pmatrix}$ .

<b>1.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{5}{37} & \frac{4}{37} & -\frac{5}{74} \\ \frac{11}{37} & -\frac{6}{37} & \frac{13}{37} \\ -\frac{3}{37} & \frac{5}{37} & \frac{3}{74} \end{pmatrix}$	<b>2.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{21}{62} & \frac{23}{31} & \frac{9}{62} \\ -\frac{5}{62} & \frac{4}{31} & \frac{11}{62} \\ \frac{7}{31} & -\frac{5}{31} & -\frac{3}{31} \end{pmatrix}$	<b>3.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{1}{55} & -\frac{7}{55} & \frac{13}{55} \\ \frac{27}{55} & \frac{31}{55} & -\frac{34}{55} \\ -\frac{8}{55} & \frac{1}{55} & \frac{6}{55} \end{pmatrix}$
<b>4.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{2}{25} & \frac{3}{25} & \frac{3}{25} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{4}{25} & \frac{6}{25} & -\frac{19}{25} \end{pmatrix}$	<b>5.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{5}{8} & \frac{7}{8} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{5}{24} & \frac{1}{24} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$	<b>6.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{7}{43} & -\frac{1}{43} & \frac{9}{43} \\ \frac{26}{43} & -\frac{27}{43} & -\frac{15}{43} \\ -\frac{11}{43} & \frac{23}{43} & \frac{8}{43} \end{pmatrix}$
<b>7.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{5}{33} & \frac{5}{99} & \frac{4}{99} \\ \frac{1}{33} & -\frac{32}{99} & \frac{14}{99} \\ -\frac{2}{11} & -\frac{2}{33} & \frac{5}{33} \end{pmatrix}$	<b>8.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{41}{98} & -\frac{3}{98} & \frac{13}{98} \\ -\frac{3}{98} & \frac{5}{98} & \frac{11}{98} \\ -\frac{31}{98} & \frac{19}{98} & -\frac{17}{98} \end{pmatrix}$	<b>9.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{7}{55} & \frac{17}{55} & -\frac{2}{55} \\ \frac{28}{55} & -\frac{13}{55} & \frac{8}{55} \\ \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$
<b>10.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{10}{57} & \frac{29}{114} & -\frac{5}{38} \\ \frac{11}{57} & -\frac{4}{57} & \frac{2}{19} \\ -\frac{2}{57} & \frac{17}{114} & \frac{1}{38} \end{pmatrix}$	<b>11.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{3}{28} & \frac{13}{28} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{7} & -\frac{2}{7} & 0 \\ \frac{3}{7} & -\frac{6}{7} & -1 \end{pmatrix}$	<b>12.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{3}{11} & \frac{1}{11} & -\frac{8}{11} \\ -\frac{6}{11} & \frac{2}{11} & -\frac{5}{11} \\ \frac{7}{11} & -\frac{1}{22} & \frac{19}{22} \end{pmatrix}$
<b>13.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{8}{57} & -\frac{1}{19} & -\frac{1}{19} \\ \frac{1}{19} & \frac{2}{19} & \frac{2}{19} \\ \frac{11}{57} & \frac{1}{19} & -\frac{18}{19} \end{pmatrix}$	<b>14.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{7}{44} & -\frac{1}{11} & -\frac{3}{88} \\ \frac{1}{11} & \frac{1}{11} & -\frac{1}{11} \\ -\frac{7}{44} & \frac{1}{11} & \frac{47}{88} \end{pmatrix}$	<b>15.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{4}{21} & -\frac{4}{21} \\ -\frac{4}{7} & -\frac{2}{21} & \frac{23}{21} \end{pmatrix}$
<b>16.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{4}{19} & -\frac{5}{19} & \frac{13}{19} \\ \frac{11}{19} & \frac{9}{19} & -\frac{12}{19} \\ \frac{1}{19} & \frac{6}{19} & -\frac{8}{19} \end{pmatrix}$	<b>17.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{9}{17} & \frac{5}{17} & -\frac{1}{17} \\ \frac{14}{51} & \frac{7}{17} & \frac{2}{17} \\ -\frac{10}{51} & -\frac{5}{17} & \frac{1}{17} \end{pmatrix}$	<b>18.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{13}{25} & \frac{3}{25} & -\frac{14}{25} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{4}{25} & \frac{1}{25} & \frac{12}{25} \end{pmatrix}$

<b>19.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{2}{65} & -\frac{8}{65} & \frac{5}{13} \\ \frac{17}{65} & -\frac{3}{65} & -\frac{3}{13} \\ -\frac{3}{65} & \frac{12}{65} & -\frac{1}{13} \end{pmatrix}$	<b>20.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{5}{17} & -\frac{7}{17} & -\frac{8}{17} \\ -\frac{2}{17} & \frac{13}{17} & \frac{10}{17} \\ \frac{3}{17} & -\frac{11}{17} & -\frac{15}{17} \end{pmatrix}$	<b>21.</b>	$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{15} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & -\frac{4}{15} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{15} & \frac{4}{15} \end{pmatrix}$
<b>22.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{16} & \frac{1}{16} & \frac{3}{32} \\ \frac{1}{24} & \frac{7}{24} & -\frac{11}{48} \\ \frac{3}{16} & -\frac{3}{16} & \frac{7}{32} \end{pmatrix}$	<b>23.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{8}{59} & -\frac{11}{59} & \frac{12}{59} \\ \frac{2}{59} & \frac{12}{59} & \frac{3}{59} \\ \frac{29}{59} & \frac{3}{59} & -\frac{14}{59} \end{pmatrix}$	<b>24.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{2}{35} & \frac{13}{35} & -\frac{6}{35} \\ \frac{9}{35} & \frac{6}{35} & \frac{8}{35} \\ \frac{12}{35} & -\frac{8}{35} & \frac{1}{35} \end{pmatrix}$
<b>25.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{2}{11} & -\frac{1}{11} & 0 \\ -\frac{2}{11} & \frac{1}{11} & \frac{1}{3} \\ \frac{5}{11} & \frac{3}{11} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$	<b>26.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{2}{85} & \frac{2}{17} & -\frac{21}{85} \\ -\frac{3}{17} & \frac{2}{17} & \frac{6}{17} \\ \frac{16}{85} & -\frac{1}{17} & \frac{2}{85} \end{pmatrix}$	<b>27.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{7}{40} & \frac{3}{10} & -\frac{9}{40} \\ \frac{11}{80} & -\frac{1}{20} & \frac{3}{80} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$
<b>28.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{14}{31} & -\frac{29}{31} & \frac{11}{31} \\ -\frac{11}{31} & \frac{25}{31} & -\frac{2}{31} \\ -\frac{2}{31} & \frac{13}{31} & -\frac{6}{31} \end{pmatrix}$	<b>29.</b>	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{7} & 0 & \frac{3}{7} \\ \frac{2}{7} & \frac{1}{2} & -\frac{6}{7} \\ \frac{1}{14} & -\frac{1}{4} & \frac{2}{7} \end{pmatrix}$	<b>30.</b>	$\begin{pmatrix} \frac{4}{53} & \frac{15}{53} & -\frac{14}{53} \\ -\frac{9}{53} & \frac{6}{53} & \frac{5}{53} \\ \frac{12}{53} & -\frac{8}{53} & \frac{11}{53} \end{pmatrix}$