

Вправи

1. Обчислити визначники матриць:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $\Delta = -1$.

2. $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $\Delta = -6$.

3. $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $\Delta = -8$.

4. $D = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $\Delta = -3$.

5. $E = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $\Delta = -1$.

6. $F = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $\Delta = 3$.

7. $N = \begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{pmatrix}$.

Відповідь: $\Delta = \cos^2 x$.

8. $N = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$.

Відповідь: $\Delta = \cos(\alpha + \beta)$.

2. Обчислити визначники матриць за допомогою:

- 1) правила трикутників;
- 2) правила приписування стовпців;
- 3) правила розкладання за елементами якого-небудь рядка (стовпця).

1. $M = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Розв'язання.

1) За правилом трикутників маємо:

$$|M| = \begin{vmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-3) \cdot (-3) \cdot (-1) + 1 \cdot 3 \cdot (-3) + 2 \cdot 0 \cdot (-2) - \\ - (-3) \cdot (-3) \cdot (-2) - 0 \cdot 3 \cdot (-3) - 2 \cdot 1 \cdot (-1) = -9 - 9 + 0 + 18 - 0 + 2 = 2.$$

2) За правилом приписування стовпців одержимо:

$$|M| = \begin{vmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = (-3) \cdot (-3) \cdot (-1) + 1 \cdot 3 \cdot (-3) + (-2) \cdot 2 \cdot 0 - (-(-3) \cdot (-3) \cdot (-2) - 0 \cdot 3 \cdot (-3) - (-1) \cdot 2 \cdot 1) = -9 - 9 + 0 + 18 - 0 + 2 = 2.$$

3) Розкладемо визначник за третім рядком:

$$|M| = \begin{vmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-3) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + (-1) \cdot \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = (-3) \cdot (3 - 6) + (-1) \cdot (9 - 2) = 9 - 7 = 2.$$

Відповідь: $\Delta = 2$.

$$2. \quad N = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & 8 \\ 0 & 7 & -6 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = -119$.

$$3. \quad K = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 \\ 3 & 5 & -3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = -21$.

$$4. \quad L = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -2 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & -6 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = 59$.

$$5. \quad W = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -5 \\ 1 & 0 & -3 \\ 7 & 11 & 2 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = -38$.

$$6. \quad L = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 15 \\ 1 & -3 & -6 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = 15$.

$$7. \quad T = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 3 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = -9$.

$$8. \quad S = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 6 \\ 1 & -2 & -3 \\ 7 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = 27$.

3. Знайти визначник матриці та $M_{12}, A_{12}, M_{31}, A_{31}$, якщо задано матрицю

$$\text{третього порядку } K = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 \\ 3 & 5 & -3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = 21$.

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -3, \quad A_{12} = 3,$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = 17, \quad A_{31} = 17.$$

4. Знайти визначник матриці та $M_{21}, A_{21}, M_{11}, A_{11}$, якщо задано матрицю

$$\text{третього порядку } M = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = 2$.

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{21} = 1,$$

$$M_{11} = \begin{vmatrix} -3 & 3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 3, \quad A_{11} = 3.$$

5. Знайти визначник матриці та $M_{22}, A_{22}, M_{12}, A_{12}$, якщо задано матрицю

$$\text{третього порядку } L = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -2 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & -6 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\Delta = 59$.

$$M_{22} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -6 \end{vmatrix} = -14, \quad A_{22} = -14,$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ -1 & -6 \end{vmatrix} = 17, \quad A_{12} = -17.$$