

Вправи

1. Знайти суму матриць:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $C = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$.

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & 8 \\ 0 & 7 & -6 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $C = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 11 \\ -3 & 7 & -7 \end{pmatrix}$.

3. $A = \begin{pmatrix} -21 & 15 \\ 0 & 7 \\ 3 & -31 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 14 & -6 \\ -7 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $C = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -7 & 10 \\ 1 & -27 \end{pmatrix}$.

4. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -7 \\ -3 & 4 & -5 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $C = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$.

2. Знайти різницю матриць:

1. $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

2. $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 \\ 3 & 5 & -3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -2 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & -6 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $C = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -5 \\ 5 & 8 & -8 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$.

3. $A = \begin{pmatrix} -11 & 7 \\ 4 & 6 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -6 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Відповідь: $C = \begin{pmatrix} -12 & 12 \\ 10 & 4 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$.

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & -3 \end{pmatrix} \text{ та } B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 7 & 4 & -6 \end{pmatrix}.$$

3. Записати матрицю, транспоновану до даної матриці:

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } A^T = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$2. \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -2 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } B^T = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & -3 & 0 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$3. \quad C = \begin{pmatrix} -11 & 7 \\ 4 & 6 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } C^T = \begin{pmatrix} -11 & 4 & -3 \\ 7 & 6 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$4. \quad D = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } D^T = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$5. \quad E = (-1 \ 0 \ 2 \ -4).$$

$$\text{Відповідь: } E^T = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$6. \quad F = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } F = (-2 \ 0 \ 3).$$

4. Обчислити лінійну комбінацію $A - 2B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\text{Відповідь: } C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -11 \end{pmatrix}.$$

5. Обчислити лінійну комбінацію $3A+2B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} -21 & 15 \\ 0 & 7 \\ 3 & -31 \end{pmatrix}$ та

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -6 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } C = \begin{pmatrix} -61 & 35 \\ -12 & 25 \\ 7 & -89 \end{pmatrix}.$$

6. Обчислити лінійну комбінацію $2A-3B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ та

$$B = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 4 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } C = \begin{pmatrix} 18 & -4 & 0 \\ -2 & 7 & -15 \end{pmatrix}.$$

7. Обчислити лінійну комбінацію $2A-3B^T$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\text{Відповідь: } C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 15 & -20 \end{pmatrix}.$$

8. Обчислити лінійну комбінацію $2A^T-3B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\text{Відповідь: } C = \begin{pmatrix} 2 & 15 \\ -1 & -20 \end{pmatrix}.$$

9. Обчислити лінійну комбінацію $3A+2B^T$, якщо: $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 \\ 3 & 5 & -3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ та

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } C = \begin{pmatrix} -9 & -8 & -9 \\ 11 & 9 & -9 \\ -1 & 18 & -8 \end{pmatrix}.$$

10. Обчислити лінійну комбінацію $3A-B^T$, якщо: $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 \\ 3 & 5 & -3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ та

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } C = \begin{pmatrix} 0 & -14 & 0 \\ 8 & 18 & -9 \\ 5 & 9 & -5 \end{pmatrix}.$$

11. Знайти значення матричного многочлена $f(A)$, якщо

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } f(A) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

12. Знайти значення матричного многочлена $f(A)$, якщо

$$f(x) = 2x^3 - 3x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } f(A) = \begin{pmatrix} 1 & 27 \\ 0 & -26 \end{pmatrix}.$$

13. Знайти значення матричного многочлена $f(A)$, якщо

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 2, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 \\ 3 & 5 & -3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. $f(A) = 2A^3 - A^2 + 2 \cdot E$.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} -12 & -20 & 15 \\ 9 & 1 & -12 \\ 9 & 8 & -9 \end{pmatrix}, \quad -A^2 = \begin{pmatrix} 12 & 20 & -15 \\ -9 & -1 & 12 \\ -9 & -8 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} -33 & 8 & 42 \\ -18 & -79 & 12 \\ 6 & -32 & -15 \end{pmatrix}, \quad 2 \cdot A^3 = 2 \cdot \begin{pmatrix} -33 & 8 & 42 \\ -18 & -79 & 12 \\ 6 & -32 & -15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -66 & 16 & 84 \\ -36 & -158 & 24 \\ 12 & -64 & -30 \end{pmatrix}.$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{тоді } 2 \cdot E = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$f(A) = 2A^3 - A^2 + 2 = \begin{pmatrix} -66 & 16 & 84 \\ -36 & -158 & 24 \\ 12 & -64 & -30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & 20 & -15 \\ -9 & -1 & 12 \\ -9 & -8 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -52 & 36 & 69 \\ -45 & -157 & 36 \\ 3 & -72 & -19 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } f(A) = \begin{pmatrix} -52 & 36 & 69 \\ -45 & -157 & 36 \\ 3 & -72 & -19 \end{pmatrix}.$$

14. Знайти значення матричного многочлена $f(A)$, якщо

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2, \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання. $f(A) = A^3 - 2A^2 + 2 \cdot E$.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 17 & -6 & 11 \\ -21 & 11 & -16 \\ 12 & -3 & 7 \end{pmatrix}, \quad -2A^2 = -2 \cdot \begin{pmatrix} 17 & -6 & 11 \\ -21 & 11 & -16 \\ 12 & -3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -34 & 12 & -22 \\ 42 & -22 & 32 \\ -24 & 6 & -14 \end{pmatrix}.$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} -96 & 35 & -63 \\ 133 & -54 & 91 \\ -63 & 21 & -40 \end{pmatrix}.$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{тоді } 2 \cdot E = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} f(A) &= A^3 - 2A^2 + 2 = \begin{pmatrix} -96 & 35 & -63 \\ 133 & -54 & 91 \\ -63 & 21 & -40 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -34 & 12 & -22 \\ 42 & -22 & 32 \\ -24 & 6 & -14 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -128 & 47 & -85 \\ 175 & -74 & 123 \\ -87 & 27 & -52 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$$\text{Відповідь: } f(A) = \begin{pmatrix} -128 & 47 & -85 \\ 175 & -74 & 123 \\ -87 & 27 & -52 \end{pmatrix}.$$

15. Знайти добуток матриць:

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -11 & -10 \end{pmatrix}.$$

2. $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} -3 & 11 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \text{ та } B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} -17 & 14 & -17 \\ -2 & -7 & 5 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$6. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \text{ та } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} -7 & 6 & -4 \\ 1 & -4 & 8 \\ 5 & 1 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \text{ та } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} 14 & -5 & -6 \\ -7 & 6 & -4 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \text{ та } B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} -2 & -7 & 5 \\ 6 & 1 & 1 \\ -20 & 5 & -11 \end{pmatrix}.$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \text{ та } B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} -2 & -7 & 5 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \text{ та } B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Відповідь: } \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ -6 & -8 \end{pmatrix}.$$

