

Диференціальні рівняння

Диференціальне рівняння – $f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$.

Порядок диференціального рівняння – порядок найстаршої похідної.

Загальний розв'язок – функція від x , що залежить від C_1, C_2, \dots, C_n (n – порядок рівняння), і задовольняє заданому диференціальному рівнянню.

Частинний розв'язок – загальний розв'язок з фіксованими значеннями C_1, C_2, \dots, C_n .

Задача Коші – диференціальне рівняння + початкові умови.

Розв'язок задачі Коші – знаходження часткового розв'язку при заданих початкових умовах.

Диференціальні рівняння

Першого порядку

Другого порядку

Найпростіші $\frac{dy}{dx} = f(x)$	З відокремленими змінними $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$	Лінійні $y' + f(x)y = g(x)$	Найпростіші $y'' = f(x)$	Лінійні однорідні з постійними коефіцієнтами $y'' + py' + qy = 0$												
<ol style="list-style-type: none"> 1. Привести до виду $dy = f(x)dx$. 2. Проінтегрувати. 3. Знайти загальний розв'язок. 4. Знайти частинний розв'язок. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Розділити змінні $\frac{dy}{g(y)} = f(x)dx$. 2. Проінтегрувати. 3. Знайти загальний розв'язок. 4. Знайти частинний розв'язок. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Заміна $y = uv$; $y' = u'v + uv'$. 2. Одержали рівняння $u'v + u(v' + f(x)v) = g(x)$. 3. Вимагаєм $v' + f(x)v = 0$. Знайшли $v = v(x)$. 4. Знаходимо u: $u'v = g(x)$, $u = u(x) + C$. 5. Знайти загальний розв'язок $y = (u(x) + C)v(x)$. 6. Знайти частинний розв'язок. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Проінтегрувати двічі. 2. Знайти загальний розв'язок $F(x; C_1; C_2) = 0$. 3. Знайти частинний розв'язок. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Скласти характеристичне рівняння $k^2 + pk + q = 0$. 2. Знайти загальний розв'язок. <table border="1" style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%; text-align: center;">D</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">Корені харак. рівняння</th> <th style="width: 70%; text-align: center;">Розв'язок диференціального рівняння</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">$D > 0$</td> <td style="text-align: center;">$k_1 \neq k_2$</td> <td style="text-align: center;">$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$D = 0$</td> <td style="text-align: center;">$k_1 = k_2$</td> <td style="text-align: center;">$y = (C_1 + C_2 x) e^k$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$D < 0$</td> <td style="text-align: center;">$k_1 = a + bi$ $k_2 = a - bi$</td> <td style="text-align: center;">$y = e^{ax} (C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$</td> </tr> </tbody> </table> 3. Знайти частинний розв'язок. 	D	Корені харак. рівняння	Розв'язок диференціального рівняння	$D > 0$	$k_1 \neq k_2$	$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$	$D = 0$	$k_1 = k_2$	$y = (C_1 + C_2 x) e^k$	$D < 0$	$k_1 = a + bi$ $k_2 = a - bi$	$y = e^{ax} (C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$
D	Корені харак. рівняння	Розв'язок диференціального рівняння														
$D > 0$	$k_1 \neq k_2$	$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$														
$D = 0$	$k_1 = k_2$	$y = (C_1 + C_2 x) e^k$														
$D < 0$	$k_1 = a + bi$ $k_2 = a - bi$	$y = e^{ax} (C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$														