

**Підбір вправ по темі
“Диференціальне числення функції однієї змінної”**

1. Знайти похідні функцій:

1. $y = \frac{1}{2}x;$
2. $y = \sqrt{5x};$
3. $y = 3x^2;$
4. $y = -\frac{x^2}{6};$
5. $y = \frac{5}{x^6};$
6. $y = x^{\frac{1}{3}};$
7. $y = 5x^{-\frac{2}{5}};$
8. $y = 3x^7 - 6x^5 - 4x^2 + 17;$
9. $y = \frac{1}{3}x^6 - 8\sqrt{x} + 2x;$
10. $y = (x^3 - 2)(x^2 + 1);$
11. $y = (x^2 - 3x + 1)(x^4 - 3x + 2);$
12. $y = \sqrt{x}(3x^2 + 2);$
13. $y = \frac{2x+1}{3x-1};$
14. $y = \frac{2-x}{5x+1};$
15. $y = \frac{1-2x}{x^2};$
16. $y = \frac{x^2+5x}{x-3};$
17. $y = \frac{2x^2+3x}{x^2-4}.$

2. Знайти похідні функцій:

1. $y = (3-x)^5;$
2. $y = (6x^5 - 2x)^8;$
3. $y = \frac{1}{(x^2 - 3x)^3};$
4. $y = 3(x-2)^5 + 2(1-x)^4;$
5. $y = \sqrt{2x-1};$
6. $y = \sqrt{x^3 - 2x};$
7. $y = \cos 5x.$

3. Записати рівняння дотичної до графіка функції f у точці з абсцисою x_0 :

1. $f(x) = \frac{3}{x}, x_0 = -1, x_0 = 1;$

2. $f(x) = 2x - x^2, x_0 = 0, x_0 = 2;$
 3. $f(x) = x^2 + 1, x_0 = 0, x_0 = 1;$
 4. $f(x) = x^3 - 1, x_0 = -1, x_0 = 2.$
4. Тіло масою 4 кг рухається за законом $x(t) = 2t^3 - 2t^2 + 3$ де $x(t)$ вимірюється в метрах, t – в секундах. Знайти силу, що діє на тіло в момент часу $t = 2$ с та кінетичну енергію.
 5. Тіло масою 5 кг рухається за законом $x(t) = 4t^3 - 3t^2 + 10t$, де $x(t)$ вимірюється в метрах, t – в секундах. Знайти силу, що діє на тіло в момент часу $t = 2$ с та кінетичну енергію.
 6. Знайти проміжки зростання і спадання функції:
 1. $f(x) = x^3 - 18x;$
 2. $f(x) = 12x + 3x^2 - 2x^3;$
 3. $f(x) = -x^2 + 2x - 3;$
 4. $f(x) = 5x^2 - 3x + 1;$
 5. $f(x) = x^2(x - 3);$
 6. $f(x) = x^3 - 27x;$
 7. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1;$
 8. $f(x) = 2 + 9x + 3x^2 - x^3;$
 9. $f(x) = x^4 - 2x^2.$
 7. Знайти екстремуми функції:
 1. $y = 3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + 10;$
 2. $y = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 12;$
 3. $y = x^3 - 3x^2 - 72x - 4;$
 4. $y = x^4 - 2x^2 + 3;$
 5. $y = x^4 - 4x^2;$
 6. $y = x^3 - 27x;$
 7. $y = \frac{2x - 1}{x + 3};$
 8. $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1};$
 9. $y = \frac{x^2 + 1}{x};$
 10. $y = \frac{x^2 - 3x}{x + 1};$
 11. $y = \frac{x^2 + 6x}{x - 2};$
 12. $y = \frac{x^2 - 5x}{x + 4}.$
 8. Знайти найбільше і найменше значення функції на відрізку:
 1. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1, x \in [0; 3];$
 2. $f(x) = 2 + 3x^2 - x^3, x \in [-1; 1];$

3. $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3, x \in [0; 2];$
4. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 3, x \in [0; 2];$
5. $f(x) = x^2 - 6x + 13, x \in [0; 6];$
6. $f(x) = 6x^2 - x^3, x \in [-1; 6];$
7. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35, x \in [-4; 4];$
8. $f(x) = -x^3 - 9x^2 - 24x + 10, x \in [0; 3];$
9. $f(x) = 2x^3 - 3x^2, x \in [-1; 4];$
10. $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x, x \in [0; 4];$
11. $f(x) = x^4 - 18x^2 - 5, x \in [-2; 2].$

9. Знайти асимптоти графіка функції

1. $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 3}{x - 3};$
2. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 5};$
3. $f(x) = \frac{x^2}{2(1 - x)};$
4. $f(x) = \frac{3 - 4x}{2 + 5x};$
5. $f(x) = \frac{1 + x^2}{1 - x^2}.$

10. Знайти інтервали опуклості і вгнутості та точки перегину:

1. $y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 100;$
2. $y = x^4 + 2x^3 - 12x^2 - 5x + 2;$
3. $y = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 10;$
4. $y = x^4 - 6x^2 + 5;$
5. $y = x^6 - 10x^4;$
6. $y = x^3 - 6x^2 + 12x + 4;$
7. $y = 2x^2 + \ln x;$
8. $y = xe^x;$
9. $y = \frac{x}{x^2 + 1};$
10. $y = \frac{1}{x + 3}.$

11. За допомогою диференціала знайдіть наближені значення функції:

- 1) $f(x) = x^4 + 2x; x = 2,016;$
- 2) $f(x) = x^3 - x; x = 0,92;$
- 3) $f(x) = x^2 + 3x; x = 1,995;$
- 4) $f(x) = x^5 - x^2; x = 1,98.$