

Вправи

1. Обчислити значення виразу:

- $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$;
- $\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ$;
- $\sqrt{3} \cos 30^\circ$;
- $\sin 90^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$;
- $\sin 180^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ$;
- $\cos 60^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ$;
- $\cos 0 - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}$;
- $\sin \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$;
- $2 \operatorname{tg} \pi - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}$;
- $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \pi$;
- $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$;
- $6 \cos \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}$;
- $2 \sin 30^\circ + 6 \cos 60^\circ - 3 \operatorname{ctg} 30^\circ + 9 \operatorname{tg} 30^\circ$;
- $3 \operatorname{tg} 0^\circ + 2 \cos 90^\circ + 3 \sin 270^\circ - 3 \cos 180^\circ$;
- $\sin 180^\circ + \sin 270^\circ - \operatorname{ctg} 90^\circ + \operatorname{tg} 180^\circ - \cos 90^\circ$;
- $\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ - \sin^2 45^\circ \cos^2 30^\circ$;
- $\sin(-45^\circ) + \cos(-45^\circ) + 2 \sin(-30^\circ) - 4 \cos(-60^\circ)$;
- $a^2 \sin 90^\circ + 2ab \operatorname{tg} 45^\circ + b^2 \cos 0^\circ$;
- $a \sin 0^\circ + b \cos 90^\circ + \operatorname{tg} 0^\circ - b \operatorname{ctg} 90^\circ$;
- $\frac{1 - \cos 60^\circ + \sin^2 60^\circ - \operatorname{tg}^2 30^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ}$.

2. Спростити вираз:

- $1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\pi - \alpha)$.
- $\cos(\pi - \alpha) \cos(2\pi - \alpha) + \cos^2 \alpha$.
- $\sin(2\pi - \alpha) \sin(\pi - \alpha) + \sin^2 \alpha$.
- $\frac{2 \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\cos(\pi - \alpha) \sin(-2\alpha)}$.
- $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(-2\alpha)}{2 \operatorname{tg}(\pi + \alpha)}$.
- $\cos(2\pi - \alpha) \cos(2\pi + \alpha) - \sin^2 \alpha$.
- $\cos(\pi - \alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin^2(-\alpha)$.

$$8. \quad \cos^2(2\pi - \alpha) + \sin(2\pi - \alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$

$$9. \quad \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin^2(\pi - \alpha).$$

3. Відомо, що $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ і $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Знайдіть решту тригонометричних функцій.

$$\text{Відповідь: } \sin \alpha = \frac{15}{17}; \quad \operatorname{tg} \alpha = 1\frac{7}{8}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{8}{15}.$$

4. Відомо, що $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ і $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Знайдіть решту тригонометричних функцій.

$$\text{Відповідь: } \cos \alpha = \frac{4}{5}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = 1\frac{1}{3}.$$

5. Відомо, що $\operatorname{tg} \alpha = 2$ і $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Знайдіть решту тригонометричних функцій.

$$\text{Відповідь: } \sin \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}; \quad \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{2}.$$

6. Відомо, що $\operatorname{ctg} \alpha = -3$ і $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Знайдіть решту тригонометричних функцій.

$$\text{Відповідь: } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}; \quad \cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}; \quad \operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3}.$$

7. Обчислити за допомогою формул додавання:

1. 1) $\cos 75^\circ$; 2) $\sin 75^\circ$; 3) $\cos \frac{5\pi}{4}$; 4) $\sin \frac{4\pi}{3}$.

2. 1) $\cos 72^\circ \cos 18^\circ - \sin 72^\circ \sin 18^\circ$;

2) $\sin 33^\circ \cos 63^\circ - \cos 33^\circ \sin 63^\circ$;

3) $\sin 80^\circ \cos 20^\circ - \cos 80^\circ \sin 20^\circ$;

4) $\cos \frac{8\pi}{3} \cos \frac{7\pi}{3} + \sin \frac{8\pi}{3} \sin \frac{7\pi}{3}$;

5) $\sin \frac{5\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} \sin \frac{2\pi}{7}$;

6) $\sin \frac{3\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} \sin \frac{4\pi}{7}$;

7) $\cos 15^\circ 30' \cos 29^\circ 30' - \sin 15^\circ 30' \sin 29^\circ 30'$;

8) $\sin 27^\circ 20' \cos 32^\circ 40' + \cos 27^\circ 20' \sin 32^\circ 40'$;

9) $\sin 43^\circ 30' \cos 88^\circ 30' - \cos 43^\circ 30' \sin 88^\circ 30'$.

8. Спростити вирази:

1) $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$;

2) $\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$;

- 3) $\frac{\sin 8\alpha + \sin 2\alpha}{\cos 8\alpha + \cos 2\alpha}$;
- 4) $\frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{\cos 5\alpha - \cos \alpha}$;
- 5) $\frac{\cos \alpha + \cos 7\alpha}{\cos 6\alpha + \cos 2\alpha}$;
- 6) $\frac{\cos 9\alpha - \cos 5\alpha}{\sin 9\alpha + \sin 5\alpha}$.

9. Обчислити:

- 1) $2 \sin 22^\circ 30' \cos 22^\circ 30'$;
- 2) $2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$;
- 3) $\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$;
- 4) $(\sin 15^\circ - \cos 15^\circ)^2$;
- 5) $(\sin 75^\circ + \cos 75^\circ)^2$;
- 6) $\cos^2 22^\circ 30' - \sin^2 22^\circ 30'$;
- 7) $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$;
- 8) $1,5 - (\cos 15^\circ - \sin 15^\circ)^2$;
- 9) $\frac{4 \operatorname{tg} \frac{\pi}{12}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{12}}$;
- 10) $\frac{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{\cos^2 67,5^\circ - \sin^2 67,5^\circ}$.

10. Обчисліть:

- 1) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- 2) $\arcsin 1$;
- 3) $\arcsin \left(-\frac{1}{2}\right)$;
- 4) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;
- 5) $\arccos 1$;
- 6) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- 7) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;
- 8) $\arccos \left(-\frac{1}{2}\right)$;

9) $\operatorname{arctg} 0$; 10) $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$;

11) $\operatorname{arcctg}\frac{1}{\sqrt{3}}$;

12) $\operatorname{arcctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

11. Розв'яжіть рівняння:

1. $3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$;

2. $4\sin^2 x + 11\sin x - 3 = 0$;

3. $5\sin^2 x + 6\cos x - 6 = 0$;

4. $2\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$;

5. $\sin 2x + \sin 4x = \sin 6x$;

6. $\cos x - \cos 3x = \sin 2x$;

7. $9\sin x \cos x - 7\cos^2 x = 2\sin^2 x$;

8. $\sin^2 3x + \sin 6x - 3\cos^2 3x = 0$.