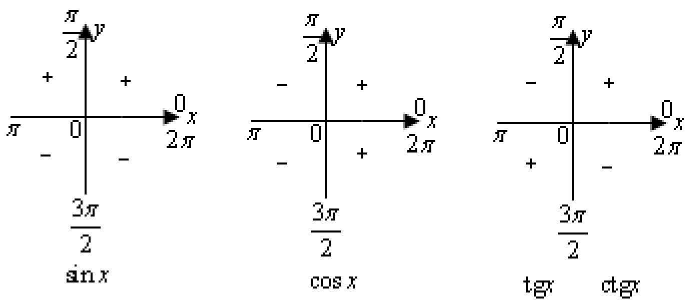
Табличні значення тригонометричних функцій

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\mathrm{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Не існує	0	Не існує	0
$\mathrm{ctg}\alpha$	Не існує	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	Не існує	0	Не існує

Знаки тригонометричних функцій



Перехід від радіанної міри до градусної і навпаки

$$n^\circ = \frac{\pi}{180}\cdot n \text{ ðàä}, \qquad \alpha \text{ ðàä} = \alpha\cdot\frac{180^\circ}{\pi}$$

Парність тригонометричних функцій

$\sin(-x) = -\sin x$ – í åï àðí à; $\quad$ $\mathrm{tg}(-x) = -\mathrm{tg}x$ – í åï àðí à;

$\cos(-x) = \cos x$ – ï àðí à; $\quad$ $\mathrm{ctg}(-x) = -\mathrm{ctg}x$ – í åï àðí à.

Періодичність тригонометричних функцій

$$\sin\alpha = \sin(\alpha + 2\pi n), \quad n\in Z;$$

$$\cos\alpha = \cos(\alpha + 2\pi n), \quad n\in Z;$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \mathrm{tg}(\alpha + \pi n), \quad n\in Z;$$

$$\mathrm{ctg}\alpha = \mathrm{ctg}(\alpha + \pi n), \quad n\in Z.$$

Формули зведення

Щоб записати будь-яку формулу зведення, коли $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, користуються таким правилом:

1. Знак результату береться по знаку, який мала функція, що зводилась у відповідній чверті;
2. Якщо гострий кут взято при горизонтальному діаметрі, то назва функції не міняється, а якщо при вертикальному, то назва функції змінюється кофункцією.

Основні тригонометричні тотожності

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad 1+\mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad 1+\mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad \mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha = 1$$

Тригонометричні функції подвійного аргументу

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha, \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha,$$

$$\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}, \qquad \mathrm{ctg}2\alpha = \frac{\mathrm{ctg}^2\alpha - 1}{2\mathrm{ctg}\alpha}.$$

Формули суми та різниці тригонометричних функцій

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}; \qquad \mathrm{tg}\alpha + \mathrm{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta};$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}; \qquad \mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta};$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}; \qquad \mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{ctg}\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta};$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}; \qquad \mathrm{ctg}\alpha - \mathrm{ctg}\beta = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}.$$

Тригонометричні функції суми та різниці двох кутів

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta; \qquad \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta;$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta; \qquad \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta;$$

$$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha tg\beta}; \qquad ctg(\alpha+\beta) = \frac{ctg\alpha ctg\beta - 1}{ctg\alpha + ctg\beta};$$

$$tg(\alpha-\beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha tg\beta}; \qquad ctg(\alpha-\beta) = -\frac{ctg\alpha ctg\beta + 1}{ctg\alpha - ctg\beta}.$$

Властивості обернених тригонометричних функцій

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a, \quad |a| \le 1 \qquad \mathrm{arctg}(-a) = -\mathrm{arctg}a, \quad a \in R$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a, \quad |a| \le 1 \qquad \mathrm{arcctg}(-a) = \pi - \mathrm{arcctg}a, \quad a \in R$$

$$\arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}, \quad |a| \le 1$$

$$\mathrm{arctg}a + \mathrm{arcctg}a = \frac{\pi}{2}, \quad a \in R$$

Розв’язування найпростіших тригонометричних рівнянь

Рівняння	$\cos x = a$	$\sin x = a$
Значення a	Корені	Корені
$\lvert a\rvert > 1$	дане рівняння коренів не має	дане рівняння коренів не має
$\lvert a\rvert \le 1$	$x = \pm\arccos a + 2\pi k, \quad k \in Z$	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \quad k \in Z$
$a = -1$	$x = \pi + 2\pi k, \quad k \in Z$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
$a = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$	$x = \pi k, \quad k \in Z$
$a = 1$	$x = 2\pi k, \quad k \in Z$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
Рівняння	$\mathrm{tg}x = a$	$\mathrm{ctg}x = a$
Значення a	Корені	Корені
$a \in R$	$x = \mathrm{arctg}a + \pi k, \quad k \in Z$	$x = \mathrm{arcctg}a + \pi k, \quad k \in Z$